

單元一的簡易短題目

1. 設 $y = e^{\frac{x^2}{2}}$ 。
 - (a) 利用梯形法則將區間分成 5 個子區間，估計 $\int_0^2 y \, dx$ 。
 - (b) 求 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 。
 - (c) 判別 (a) 部所得的估計值是過高還是過低。解釋你的答案。

2. 設 $\frac{dy}{dx} = \frac{(1+\ln x)^3}{x} + \frac{2x}{x^2+1}$ 。已知當 $x=1$ 時， $y=0.25$ 。利用代換積分法，以 x 表 y 。

3.
 - (a) 依 x 的升幂次序展開 $2 - e^{2x}$ 至含 x^2 的項為止。
 - (b) $(kx + 2)^2(2 - e^{2x})$ 的展開式中 x^2 的係數為 -23 ，其中 k 為一常數。求 k 。

4. 設 C 為曲線 $y = 12x - 2x^2$ 。求
 - (a) $\frac{dy}{dx}$ ；
 - (b) C 的切線 L 的方程，其中 L 平行於直線 $8x + y = 0$ 。

5. 已知 $y = e^{kx}(3x + 1)$ ，其中 k 為一常數。
 - (a) 以 k 表 $\frac{dy}{dx}$ 及 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 。
 - (b) 若 $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0$ ，求 k 。

6. 設 C 為曲線 $y = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$ 。求
 - (a) C 的極點，
 - (b) C 與 x 軸圍成的區域的面積。

高中數學延伸部分專責委員會 (照顧學習多樣性的強化措施)
所建議的簡易短題目示例

7. 當一個球狀的氣球膨脹時，其半徑 r cm 於 t s 後為 $r = 2t^{\frac{1}{2}}$ ，其中 $0 \leq t \leq 9$ 。氣球的體積及表面面積分別為 V cm³ 及 A cm²。求
- (a) 當 $t = 4$ 時 $\frac{dV}{dt}$ 的值，
- (b) 當 $t = 4$ 時 $\frac{dV}{dA}$ 的值。

8. 已知 x 與 y 之間的關係可用 $y = Ae^{kx}$ 模擬，其中 A 及 k 均為常數，且 $A > 0$ 。下表顯示一些 x 值及其對應的 y 值。

x	2	4	6	8
y	120 000	12 000	1 200	120

- (a) 將 $\ln y$ 表示為 x 的線性函數。
- (b) 利用圖像估計 A 及 k 的值準確至一位小數。
- (c) 利用 (b) 的結果，估計當 $x = 10$ 時 y 的值。
9. 設 A 與 B 為兩事件。 B' 為 B 的互補事件。假定 $P(A) = 0.5$ 、 $P(B) = 0.6$ 及 $P(A \cup B') = 0.7$ 。
- (a) 求 $P(A \cap B')$ 。
- (b) A 與 B 是否獨立? 解釋你的答案。
- (c) 求 $P(B|A)$ 。
10. 蘇珊有 6 本平裝書及 2 本精裝書。她隨機選取 4 本書作捐贈。設 X 為代表她選取精裝書的數目的隨機變數。求
- (a) X 的概率分佈，
- (b) $E(X)$ 及 $E(X^2)$ ，
- (c) $\text{Var}(X)$ 及 $\text{Var}(3X + 2)$ 。
11. 假設一隨機變數 $X \sim B(6, p)$ 。已知 $E(X) = 0.9$ 。求
- (a) $\text{Var}(X)$ ，
- (b) $P(X = 4)$ ，
- (c) $P(X < 3)$ 。

高中數學延伸部分專責委員會 (照顧學習多樣性的強化措施)
所建議的簡易短題目示例

12. 檸檬的重量依循一平均值為 μ g 及標準差為 σ g 的正態分佈。已知1.97%的檸檬重於115 g 及有3.92%的檸檬輕於 85 g。求
- μ 及 σ ，
 - 一個隨機選取的檸檬的重量介乎 90 g 與 110 g 之間的概率。
13. 某商店每分鐘接獲的來電數目依循一平均值為 0.3的泊松分佈。求
- 某分鐘內沒有收到來電的概率，
 - 某分鐘內收到少於 3 個來電的概率，
 - 某兩分鐘內收到來電多於 2 個的概率。
14. 假設某類型電池的壽命依循一平均值為 μ 小時及標準差為 σ 小時的正態分佈。現進行調查以估計 μ 。隨機選取 49 枚電池組成一個樣本，得知 μ 的 95% 置信區間為 (18.6, 27.8)。
- 求 σ 。
 - 求樣本平均值。
 - 若選取電池組成另一隨機樣本，求最小樣本容量使得 μ 的 90% 置信區間的寬度小於8。
15. 某公司以生產線 X 和生產線 Y 製造可折迭電風扇。已知所有可折迭的電風扇中有 5% 失靈，且由生產線 X 所製造的可折迭電風扇中有 4% 失靈。在正常運作的可折迭電風扇中，其中60% 是由生產線 Y 所製造的。假設隨機選取一個可折迭電風扇。
- 求該可折迭電風扇是由生產線 Y 製造且能正常運作的概率。
 - 求該可折迭電風扇是由生產線 X 製造的概率。
 - 已知該可折迭電風扇是由生產線 Y 製造，求該可折迭電風扇能正常運作的概率。